

MATEMATIKA EKONOMI

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN EKONOMI

Dosen Pengampu:

Prof. Dr. H. Almasdi Syahza, SE., MP.

Email : asyahza@yahoo.co.id

Website: <http://almasdi.unri.ac.id>



DIFFERENSIAL DALAM EKONOMI

MENGAPA ECONOMISTS MENGGUNAKAN DIFFERENSIAL ?

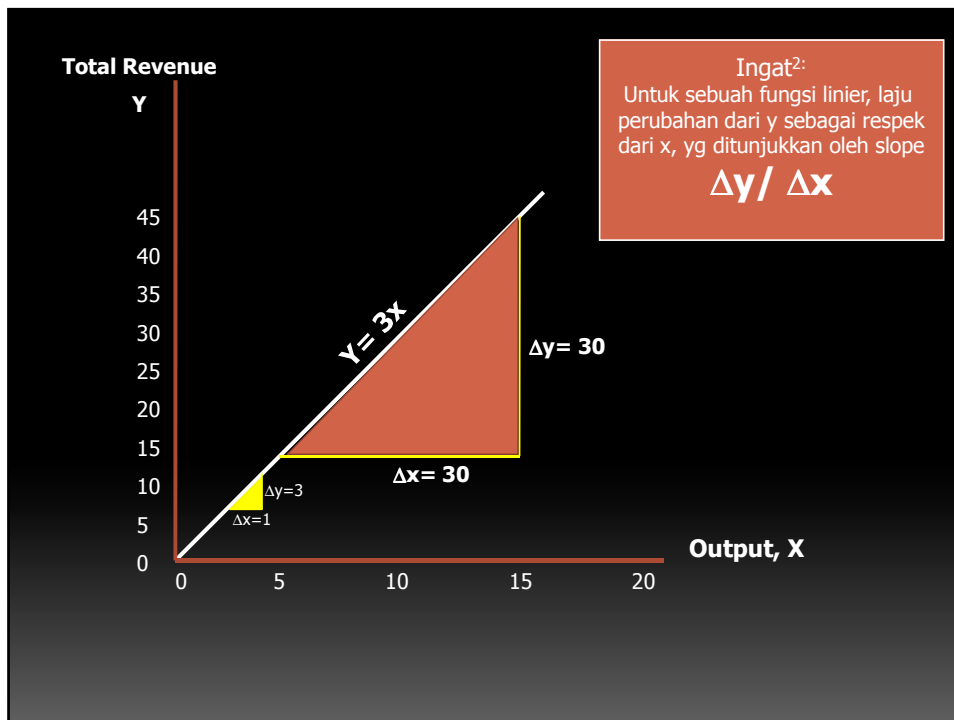
- 🌐 Perkuliahan ini akan mempelajari bagaimana fungsi differensial digunakan dalam economic modelling
- 🌐 **Orang ekonomi selalu menganalisis efek dari suatu perubahan, seperti:**
 - sebuah firma yang meningkat jumlah output yang dijual
 - total revenue yang diterima juga berubah
- 🌐 Kita akan menemukan, misal: differensialnya dari sebuah fungsi total cost dan revenue berkaitan atau berkoresponden dengan fungsi marginal cost atau revenue
- 🌐 **Aturan differensial yang digunakan tidak sulit. Kita hanya mempelajari dan mengaplikasikannya dalam ekonomi**

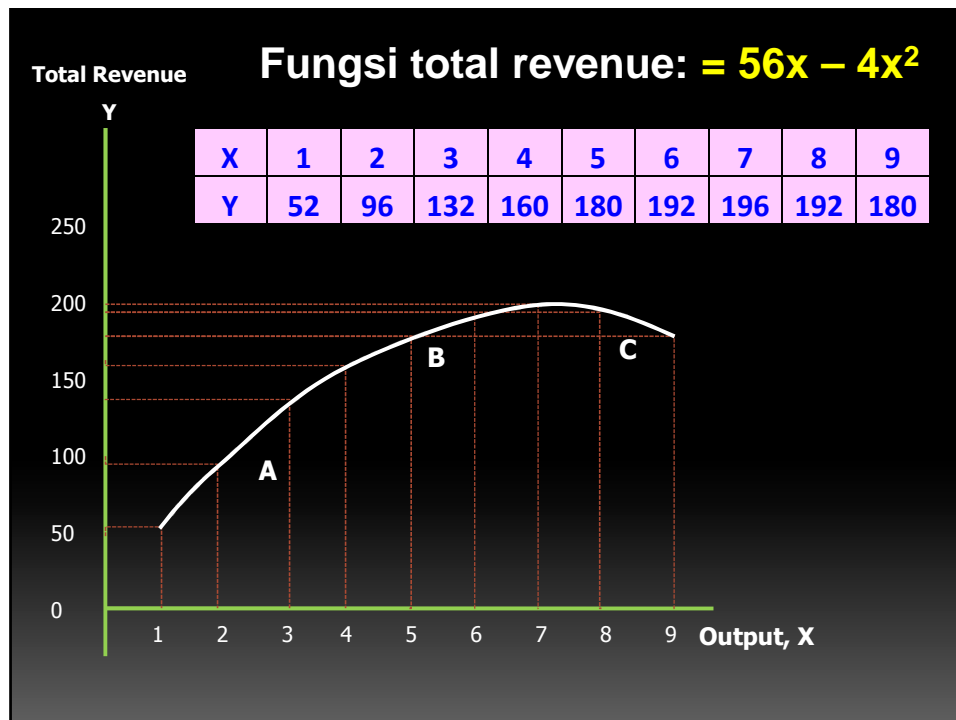
MENGAPA ECONOMISTS MENGGUNAKAN DIFFERENSIAL (lanjuta...!)

- 📊 **Yang ukur laju perubahan sebuah variabel sebagai respon dari perubahan variable lainnya.**
- 📊 Misalkan, y =total revenue dan x =output, jika x meningkat dalam jumlah tertentu, terjadi perubahan dalam x atau Δx ; dan ini berkaitan erat dengan perubahan dalam total revenue y atau Δy .
- 📊 **Jika total revenue merupakan garis lurus, maka setiap perubahan x (Δx) juga akan merubah y (Δy), sehingga rasionya adalah $\Delta y / \Delta x$ ↪ slope.**

$$y = 3x$$

- Jika x meningkat dari 3 ke 4 maka y meningkat dari 9 ke 12. Sehingga kita mendapatkan $\Delta x = 1$, $\Delta y = 3$ dan $\Delta y / \Delta x = 3$
- Jika x meningkat 5 menjadi 15 atau meningkat sebanyak 10, maka y meningkat dari 15 menjadi 45 atau meningkat sebanyak 30.
- Jadi perubahan dalam y per unit dengan meningkatnya x adalah $\Delta y / \Delta x = 30/10 = 3$
- Kecepatan perubahan y per unit sebagai akibat perubahan x per unit sepanjang garis tidak berubah.
- Jika y merupakan total revenue, maka $\Delta y / \Delta x =$ marginal revenue (MR) yang merupakan laju perubahan total revenue sebagai akibat peningkatan (perubahan) output





Fungsi total revenue dapat mengambil bentuk sebuah curve: $y = 56x - 4x^2$,

dimana y merepresikan total revenue

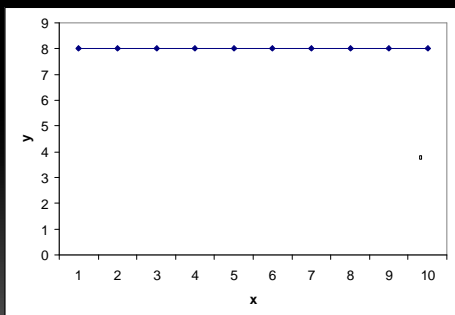
- Pada point A, slope kurva meningkat ke atas dan slope kurva masih meningkat (upward) sejalan meningkatnya x
- Selanjutnya, slope terus mengecil hingga point B dan semakin mendatar, hingga di $x = 7$ maksimum dan seterusnya menurun.
- Nilai X lebih besar dari 7, seperti pada point C mempunyai slope negatif.
- Slope Kurva berubah dengan kecepatan yang berbeda setiap point

ATURAN DASAR DIFFERENSIAL

- 🌐 Bentuk fungsi differensial: $y = f(x)$
 - 👉 Derivative dari y dipengaruhi oleh x , dimana differensialnya adalah: $f(x) = dy/dx$
 - 👉 jika fungsi $f(x)$ mempunyai turunan/differensial untuk nilai x tertentu, maka fungsi $f(x)$ itu adalah kontinue untuk semua nilai x tersebut.
- 🌐 Untuk perubahan yang kecil dari x (Δx), diperkirakan menggunakan rumus : $\Delta y/\Delta x$
 dy/dx 🗨 this is the small increments formula.

ATURAN UMUM DIFFRENSIAL (*the constant rule*)

Ketika y konstan, nilai x yang berbeda seluruhnya berkorespondensi terhadap nilai y yang sama



Cari dy/dx dari fungsi $y=8$

🗨 untuk $y=8$,
maka $dy/dx = 0$
The constant rule

POWER FUNCTION RULE

📊 Differensial dari fungsi pangkat banyak

Jika $y = ax^n$,

maka:

dimana a dan n
adalah constant

$$dy/dx = n \cdot ax^{n-1}$$

misal → y sama dengan x pangkat n ,

📊 seperti: $y = x^4$, maka $dy/dx = 4x^3$

📊 $d(ax^n)/dx = a \cdot d(x^n)/dx$

📊 $x^1 = x$

📊 $x^0 = 1$

📊 $\sqrt{x} = x^{0.5}$

CONTOH

🌿 $y = X^3 \rightarrow dy/dx = 3x^{3-1} = 3x^2$

🌿 $y = -9x^5 \rightarrow dy/dx = 5 * (-9)x^{5-1} = -45x^4$

🌿 $y = 22x \rightarrow dy/dx = 1 * 22x^{1-1} = 22$

🌿 $y = 4/x^2 \rightarrow dy/dx = 4x^{-2} = -8x^{-3}$

🌿 $y = -18\sqrt{x} \rightarrow y = -18x^{0.5}$ maka;
 $dy/dx = -9x^{-0.5} = -9/\sqrt{x}$

SUM DIFFERENCE RULE

🗇 Jika $y = f(x) + g(x)$, maka:

$$dy/dx = d[f(x)]/dx + d[g(x)]/dx$$

☞ The derivative of a sum is the sum of the derivatives.

🗇 Jika $y = f(x) - g(x)$, maka:

$$dy/dx = d[f(x)]/dx - d[g(x)]$$

☞ The derivative of a difference is the difference of the derivative

Contoh

🗇 $y = 11x + 9x^2 \rightarrow$

$$dy/dx = 11 + 18x$$

🗇 $y = 8x^2 - 22x + 33$

$$dy/dx = 16x - 22 + 0 = 16x - 22$$

🗇 $y = 7x^3 - 10x^2 + 3x - 4$

$$\begin{aligned} dy/dx &= 21x^2 - 20x + 3 - 0 \\ &= 21x^2 - 20x + 3 \end{aligned}$$

🗇 $y = 27x + 18 - 5/x^2 \rightarrow y = 27x + 18 - 5x^{-2}$

$$\begin{aligned} dy/dx &= 27 + 0 - (-10x^{-3}) \\ &= 27 + 10/x^3 \end{aligned}$$

Contoh

$$\text{■ } y = -4/x + 18/\sqrt{x}$$

$$y = -4x^{-1} + 18x^{0.5}$$

$$\begin{aligned} dy/dx &= 4x^{-2} - 9x^{-0.5} \\ &= 4/x^2 - 9/\sqrt{x}^{0.5} \end{aligned}$$

$$\text{■ } y = 2x^7 - 12x^4 + 45x - 13/x$$

$$y = 2x^7 - 12x^4 + 45x - 13x^{-1}$$

$$\begin{aligned} dy/dx &= 14x^6 - 48x^3 + 45 - (-13x^{-2}) \\ &= 14x^6 - 48x^3 + 45 + 13/x^2 \end{aligned}$$

Linier function rule

☀ Jika $y = c + mx$,
maka: $dy/dx = m$

☀ Jika $y = mx$
maka: $dy/dx = m$

Contoh:

☀ $y = 16x \rightarrow dy/dx = 16$

☀ $y = 32 + 16x \rightarrow dy/dx = 16$

☀ $y = 75 - 11x \rightarrow dy/dx = -11$

Inverse Function Rule

$$\diamond dy/dx = 1/(dx/dy)$$

Contoh:

$$\diamond x = 9y^5 \rightarrow dx/dy = 1/(45y^4)$$

$$\diamond x = 81 + 30y + 5y^2, \\ dx/dy = 1/(30 + 10y)$$

Aplikasi Differensial dalam Analisis Ekonomi

Fungsi Utiliti

- Fungsi Total utiliti $\rightarrow U = f(x)$
- Marginal utiliti merupakan differensial dari total utiliti:
 $MU = dU/dx$

contoh

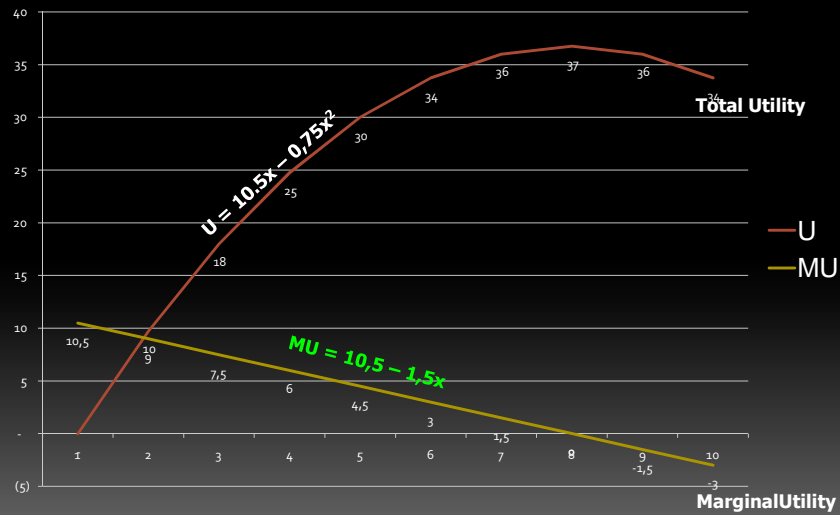
Jika total utiliti, $U = 10,5x - 0,75x^2$,
cari marginal utiliti...

$$\rightarrow MU = dU/dx = 10,5 - 1,5x$$

Bila diploting adalah sebagai berikut:

Hasil Ploting:

U	0	9,8	18	25	30	34	36	37	36	34
MU	11	9	7,5	6	4,5	3	1,5	0	-2	-3



Kuis (Fungsi Utiliti)

🚩 Jika total utiliti, $U = 3x - \frac{1}{4}x^2$, cari marginal utiliti. (plot fungsi total utiliti dan marginal utiliti pada nilai 0 hingga 8. Apa yang dapat disimpulkan pada $x=6$?

🚩 Sebuah fungsi utiliti, $U = 10x^{1/4}$. Cari marginal utiliti function. (nilai x : 0, 1, 16, dan 81). Apa kesimpulan saudara ?